0 351706 910002

35-17-06-91
(35.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Ломоносов"
наменование олимпиады

по космонавтике
профиль олимпиады

Полубрюхова Матвея Сергеевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

« 1 » марта 2025 года

Подпись участника

Полубрю

 75 (семьдесят пять) Садов

35-17-06-91 (35.2)

[signature] /А.М. Савчук/

Задача 3

Найдём $2^{ую}$ космическую скорость для Луны:

$$\vartheta_2 = \sqrt{\frac{G M_Л}{R_Л}}$$

$$M_Л = \frac{1}{81{,}4} M_З ; \quad M_З = 6 \cdot 10^{24} кг$$

$$\vartheta_2 = \sqrt{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-11} \cdot 6 \cdot 10^{24} кг}{81{,}4 \cdot 1738 км}} = 2{,}38 \text{ км/с}$$ верно

~~Вторая космическая~~

Заданная скорость 4 км/с превышает вторую космическую, следовательно мяч улетит от Луны по гиперболической орбите (в СО Луны) и больше никогда её не коснётся.

Ответ: никогда. Верно

Задача 6

Запишем УТБ (ур-е теплового баланса):

$$Q_{отд} = Q_{получ} \quad (1)$$

нет объяснения площади миделя

$$Q_{отд} = 4\pi R_З^2 \sigma T_З^4$$ — по з-ну Стефана-Больцмана (2)

$$Q_{получ} = \frac{L_\odot}{4\pi a_З^2} \cdot \pi R_З^2 (1-A) \cdot \cancel{S_A} \quad (3)$$

забыто $S = \pi R_\odot^2$

$$L_\odot = 4\pi R_\odot^2 \sigma T_\odot^4 \quad (4)$$

2 забыто

(4) → (3), (2) → (1):

$$\cancel{4\pi} \cancel{R_З^2} \cancel{\sigma} T_З^4 = \frac{\cancel{4\pi} R_\odot \cancel{\sigma} T_\odot^4}{\cancel{4\pi} a_З^2} \cdot \cancel{\pi} \cancel{R_З^2} (1-A)$$

$$T_З^4 = \frac{R_\odot T_\odot^4 (1-A)}{4 a_З^2}$$

$$\boxed{T_З = T_\odot \cdot \sqrt[4]{\frac{R_\odot^2 (1-A)}{4 a_З^2}}} = 254\ K = -19\ °C.$$

Реальная средняя температура земли оказывается несколько выше (на $\frac{273^K + 14 - 254K}{254K} = 13\%$) из-за парникового эффекта в атмосфере, а также процессов, происходящих в недрах Земли. (внутри находится раскалённое ядро и горячая магма, которые в свою очередь слегка подогревают поверхность.)

Верно, но сжато

Ответ: $-19°C$.

Задача 5. ЧЕРНОВИК

Если все символы строки длиной N уникальны, существует N! различных перестановок.

Иначе значение N! необходимо делить на факториал кол-ва повторов.

```
python:
s=input()
n = len(s)
```

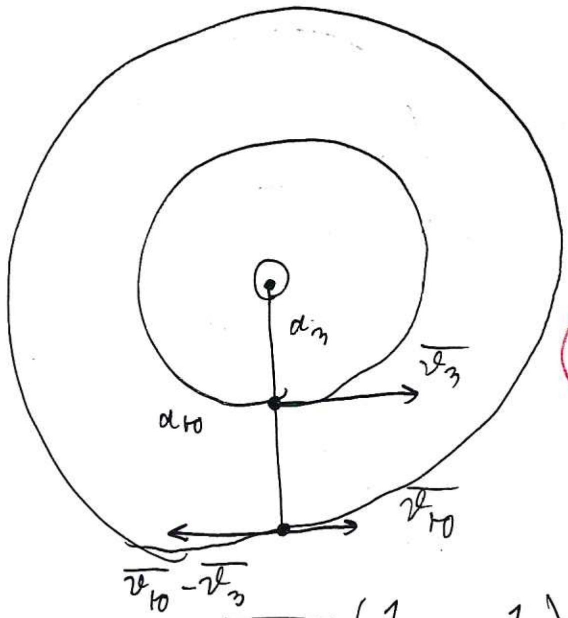
```
python:
from math import factorial as fact

s = input()
n = len(input()

total_permutations = fact(n)
counts = {}
for item in s:
    counts [item] = counts.get(item, 0) + 1

for cnt in counts.keys():
    total_permutations //= fact (cnt)
print(int(total_permutations))
```

Задача 4



Перейдём в СО Земли.
В таком случае скорость Юпитера отн-но земли будет равна $\vec{v}_ю - \vec{v}_з$

$$\omega = \frac{|v_ю - v_з|}{a_ю - a_з}$$ неверно

$a_з = 1$ а.е.
$a_ю = 5{,}2$ а.е.
$G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$
$M_\odot = 2 \cdot 10^{30}$ кг
$R_ю = 70000$ км

$$v_ю - v_з = \sqrt{GM_\odot}\left(\frac{1}{\sqrt{a_ю}} - \frac{1}{\sqrt{a_з}}\right)$$ неточно

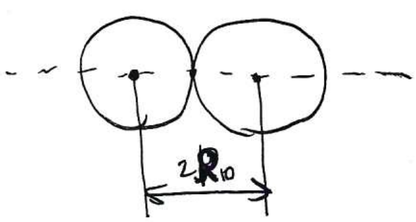
$$\omega = \frac{\sqrt{GM}\left(\frac{1}{\sqrt{a_з}} - \frac{1}{\sqrt{a_ю}}\right)}{a_ю - a_з} = 2{,}67 \cdot 10^{-8} \text{ рад/с}$$

$$\rho = \frac{2R_ю}{a_ю - a_з}$$ – угловой размер диска Юпитера

$$\boxed{t = \frac{\rho}{\omega} = \frac{2R_ю}{\sqrt{GM}\left(\frac{1}{\sqrt{a_з}} - \frac{1}{\sqrt{a_ю}}\right)}} = 8350\text{с} = 2^h 19^m$$

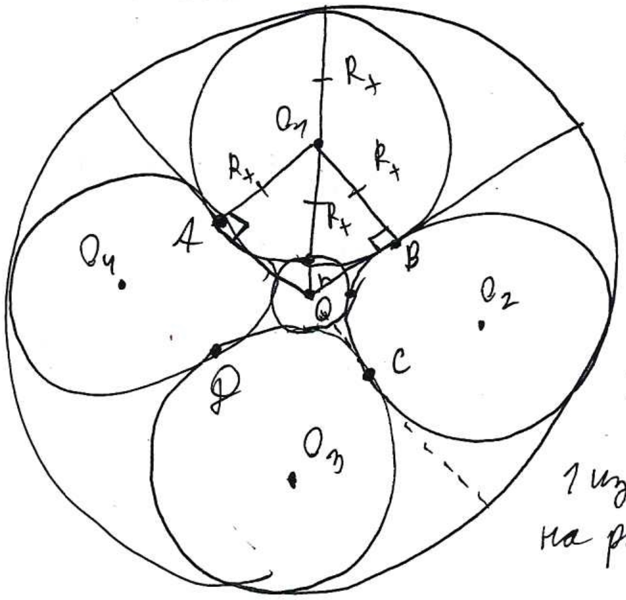
Ответ неверный, нет ~~[illegible]~~

Ответ: 2^h ~~m~~ 19^m



35-17-06-91 (35.2)

Задача 2



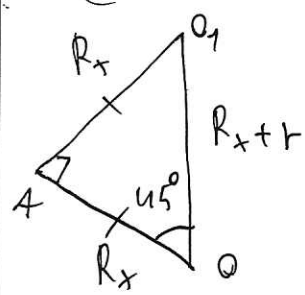
~~Я нарисовал только 2 круга (колонии микроорганизмов), чтобы рисунок был проще~~

Обозначим радиус колонии за R_x.

1 из вариантов расположения — на рисунке

$$R = r + 2R_x \qquad (1)$$

$(\triangle OO_1A)$: OA — касательная к $\omega(O_1; R_x)$ $\Rightarrow \angle OAO_1 = 90^\circ$



OA — линия симметрии всего рисунка.

OB — тоже

В силу симметрии: $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle DOA$.

$\angle AOB + \angle BOC + \angle COD + \angle DOA = 360^\circ$

$\angle AOB = \ldots = 90^\circ$

$\triangle AO_1O = \triangle BO_1O$ — по катету $(O_1A = O_1B = R_x)$ и гипотенузе $(O_1O$ — общая$) \Rightarrow \angle AOO_1 = 45^\circ = 90^\circ/2 \Rightarrow \triangle OO_1A$ — равнобедр,

$O_1A = OA = R_x$

По th. Пифагора:

$R_x + r = \sqrt{2} R_x$

$$r = R_x(\sqrt{2} - 1) \qquad (2)$$

$(2) \to (1)$: $R = R_x(\sqrt{2} + 1)$; $R_x = \dfrac{R}{\sqrt{2}+1}$

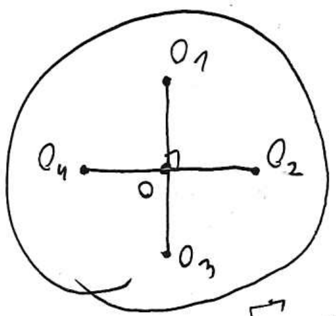
$$\boxed{r = R \cdot \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2} + 1}} \approx 0{,}858 \text{ см}$$

верно

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

~~Квадрат~~

$$R_x + r = \sqrt{2}\,R_x = R\,\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1} \approx 2{,}929\text{ см.}$$



Итак, точки посева можно расположить симметрично отн-но центра чашки Петри на расстоянии $R\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$ от него.

Ответ: $r = R\,\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} \approx 0{,}858$ см

верно

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Задача 5

```
from itertools import permutations

s = input()
print(sum([len(set(permutations(s, i)))
            for i in range(1, len(s)+1)]))
```

Верно

функция itertools.permutations(x, r) возвращает ~~[illegible]~~ все перестановки x длиной r.
Мы итерируемся по длине перестановки (от 1 до длины строки включительно, ф-ция set() отсекает дубликаты, далее с помощью ф-ции len() находим кол-во строк, далее суммируем по всем i.

Этот алгоритм использует полный перебор и будет крайне неэффективен при $n > 10$. ($10! \approx 3{,}6 \cdot 10^6$)
Для больших n можно быстро (за $O(n^2)$ без оптимизаций и за $O(n)$ со включенным кэшированием результатов ф-ции fact.) найти кол-во перестановок длиной 1: len(set(s))

и длиной n: from math import factorial as fact

```
total_perms = fact(n)
counts = {}
for item in s:
    counts[item] = counts.get(item, 0) + 1
for cnt in counts.keys()
    total_perms //= fact(cnt)
print(int(total_perms))
```

Включить ~~кэ~~ кэширование можно с помощью декоратора @lru_cache(None) перед объявлением своей ф-ции:

```
def fact(n):
    if n=0:
        return 1
    return fact(n-1)*n
```

Декоратор - тоже ф-ция, принимающая ~~[illegible]~~ другую ф-цию в качестве аргумента, поэтому конструкция

```
1 from math import fact
2 fact_cached = lru_cache(None)(fact)
```

тоже возможна.

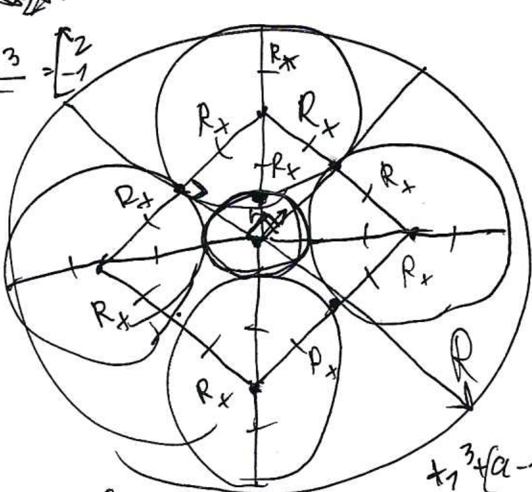
черновик

$x^2 - x - 2 = 0$

$D = 1 + 8 = 9$

$x = \frac{1 \pm 3}{2} = \left[\begin{array}{l} 2 \\ -1 \end{array}\right.$

-2
1



$R = 5$ см

$r - ?$

$R = 2R_x + r =$

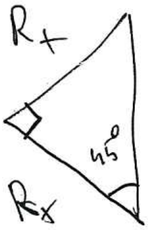
$= 2R_x + R_x(\sqrt{2} - 1)$

$R_x(\sqrt{2} + 1)$

$R_x = \frac{R}{\sqrt{2}+1} \cdot (\sqrt{2} - 1)$

$x_1^3 + (a-1)x^2 + bx_1 = 0$

$a = \cancel{\ldots} bx_1 + ax_1^2 + x_1^3$



$r = R_x(\sqrt{2} - 1)$

$x_1 + x_2 + x_3 = -a$

$x_1 x_2 x_3 = x_1(b + x_1(a + x_1))$

$x_2 + x_3 = -(a + x_1)$

$x_2 x_3 = b + x_1(a + x_1)$

$$\boxed{r = R\,\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}$$

$P(x) = x^3 + ax^2 + bx + c = 0$

$\Leftrightarrow$

$\cancel{-x^3 + ax^2 - bx + c = 0}$

$\cancel{2ax^2 + 2c = 0}$

$\cancel{x = \sqrt{-\frac{c}{a}}}$

3 корня

$\boxed{x_1 + x_2 + x_3 = x_1 x_2 x_3}$

$P(1) = 1 = 1 + a + b + c$; $\boxed{a + b + c = 0}$

$P(2) - P(0) = 2^3 + a \cdot 2^2 + b \cdot 2 = 8 + 4a + 2b = ?$

$\cancel{D = (a+x_1)^2 - 4(b + x_1(a+x_1)) = 0}$

$\cancel{x = \frac{-(a+x_1) \pm \sqrt{D}}{2}}$

$P(0) = c$

$$\begin{array}{l|l} x^3 + ax^2 + bx + c & x - x_1 \\ \hline -\,x^3 - x_1 x^2 & x^2 + (a+x_1)x + (b + x_1(a+x_1)) \\ \hline \quad (a+x_1)x^2 + bx & \\ -\,(a+x_1)x^2 - x_1(a+x_1)x & \\ \hline \quad (b + x_1(a+x_1))x \quad + c & \end{array}$$

$\boxed{x^2 + (a+x_1)x + (b + x_1(a+x_1)) = 0}$

$\cancel{a - b - x_1(a - x_1) = 0}$

$\cancel{c - x_1(b - x_1(a - x_1)) = 0}$